Gabarito
2023

Mathématiques SANS Frontières

Níveis Júnior e Sênior
7º EF à 3ª. EM

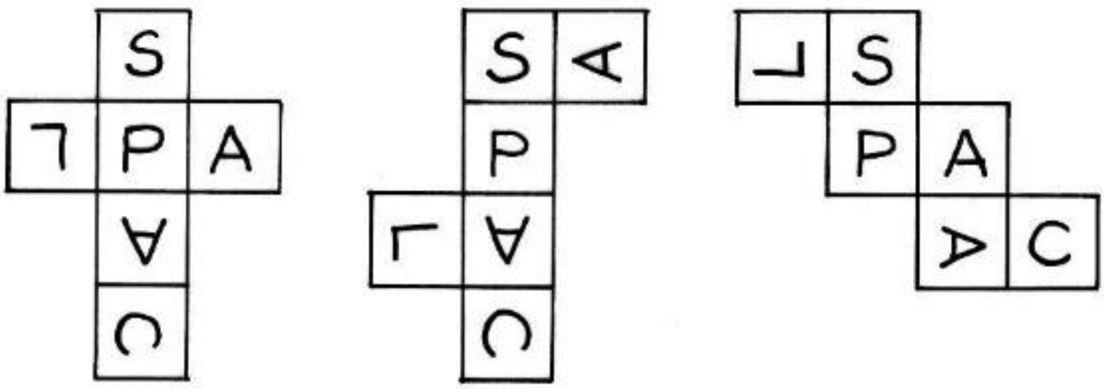
MSF 2023 - GABARITOS – PROVA JR SR

As respostas abaixo servem apenas para a seleção das melhores provas para envio para correção. O gabarito oficial será elaborado pela Comissão Nacional de correção das provas e divulgado até o final de julho.

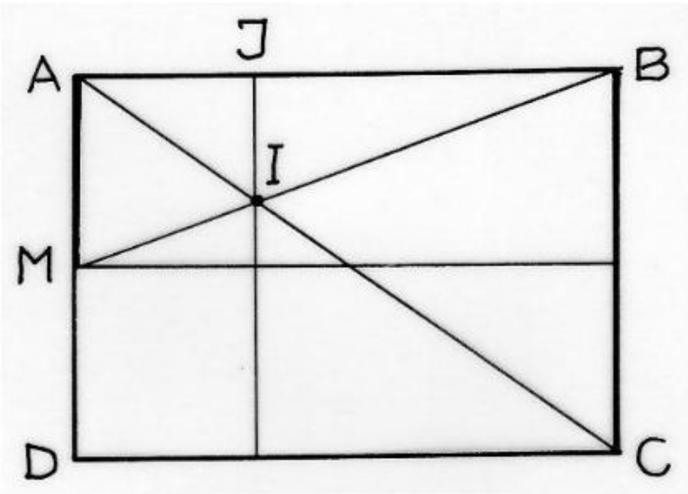
Questão 2 – Do lado dela – 5 pontos

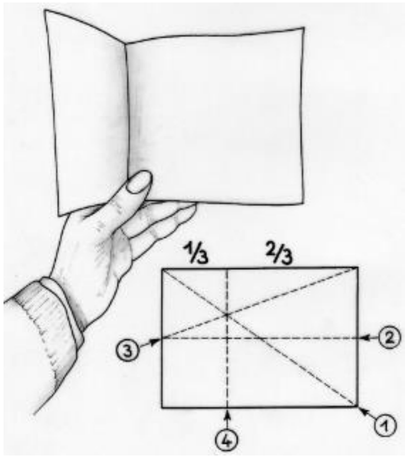
O que Sophie vê no lado voltaldo para ela é: PASCAL

Abaixo estão algumas possíveis paniflicações do cubo.



Questão 3 – Dobrar e desdobrar – 7 pontos





M é o ponto médio de [AD]. (AD)//(BC).
Aplicando oTeorema de Tales nos triângulos AIM e CIB:

$$\frac{AM}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{IA}{IC}$$

Então IC = 2 IA e AC = 3 IA.
Assim AC = 3 IA e logo

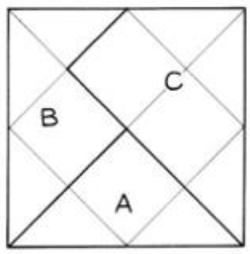
$$\frac{AI}{AC} = \frac{1}{3}$$

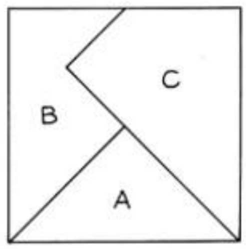
Da mesma forma, como (JI)//(BC), aplicando o teorema de Thales nos triângulos AIJ e ACB, temos:

$$AJ = \frac{1}{3}\ AB$$

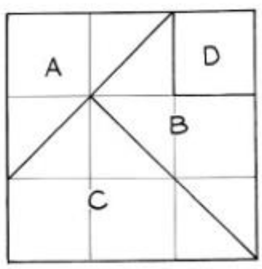
Questão 4 – Quebra-cabeça duplo – 5 pontos

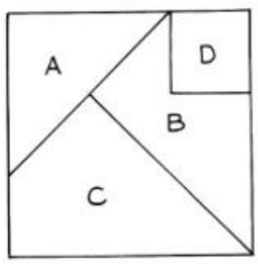
O quadrado que pode ser formado com as peças A, B e C é :





O quadrado que pode ser formado com todas as peças é:





Questão 5 – Fundação – 7 pontos

Se denotarmos por x e y os dois tijolos em branco da 2° linha temos que :

$$x + y = 182$$

Se denotarmos por z o tijolo em branco da 3° linha temos que :

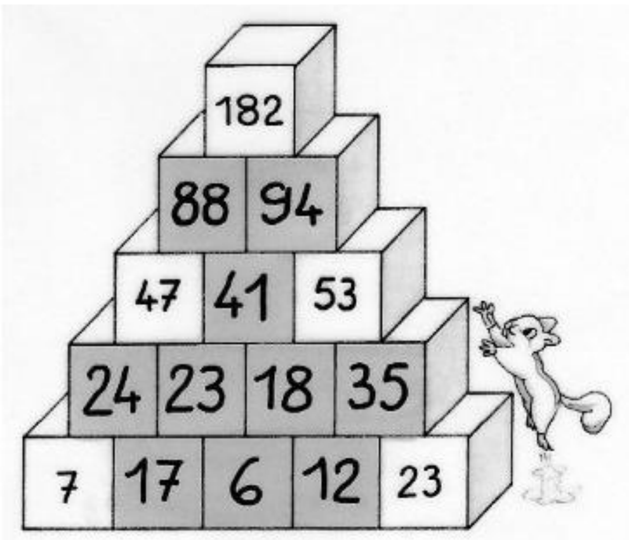
$$z + 47 = x \text{ e } z + 53 = y$$

Logo, $x - y = 100$. Assim, temos que resolver o sistema :

$$\begin{cases} x + y = 182 \\ x - y = -6 \end{cases}$$

E logo temos que $x = 88$ e $y = 94$.

Continuando com esse racíocinio encontramos as seguintes respostas.



Questão 6 – Brincar com palitos de fósforo – 5 pontos

Seja N a quantidade de palitos de fósforo. Pelas informações do enunciado temos:

- Da 1° informação, N é ímpar, pois quando dividido por 2 sobra 1.
- Da 4° informação, N termina com 4 ou 9, pois quando dividido por 5 sobra 4.

Dessas duas informações concluimos que N termina com 9.

- Da 6° informação, N é múlitplo de 7, pois quando divido por 7 não tem resto.

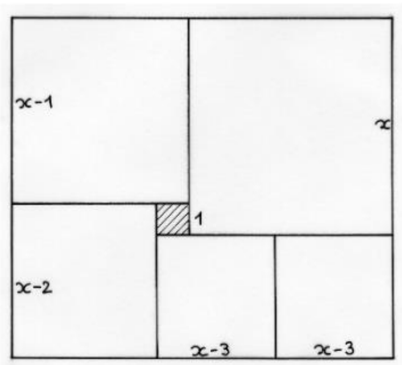
  Os primeiros múltiplos de 7 terminados em 9 são: 49, 119, 189, ...

N não é 49, pois o resto da divisão de 49 por 3 é 1 e pela 2° informação o resto teria que ser 2.

N é **119**, pois ele satisfaz todas as informações dadas.

Questão 7 – Preso – 7 pontos

Fazendo a vista superior do desenho e denotando por $\boldsymbol{x}$ o lado do cubo maior, temos:



A base da figura é um retângulo dividido em 6 quadrados (faces dos 6 cubos).
Se o lado do cubo pequeno: 1 cm, e denotando por $\boldsymbol{x}$ o comprimento do lado do maior cubo, então os comprimentos dos lados dos outros quatro cubos são: $\boldsymbol{x-1}, \boldsymbol{x-2}, \boldsymbol{x-3}$ e $\boldsymbol{x-3}.$
Como a base da figura é um retângulo, temos que os lados paralelos tem as mesmas medidas de comprimento, ou seja,

$$\boldsymbol{x+(x-1)=(x-2)+2(x-3)}$$

Resolvendo essa equação encontramos que $\boldsymbol{x=7.}$ Logo o volume do cubo maior é:

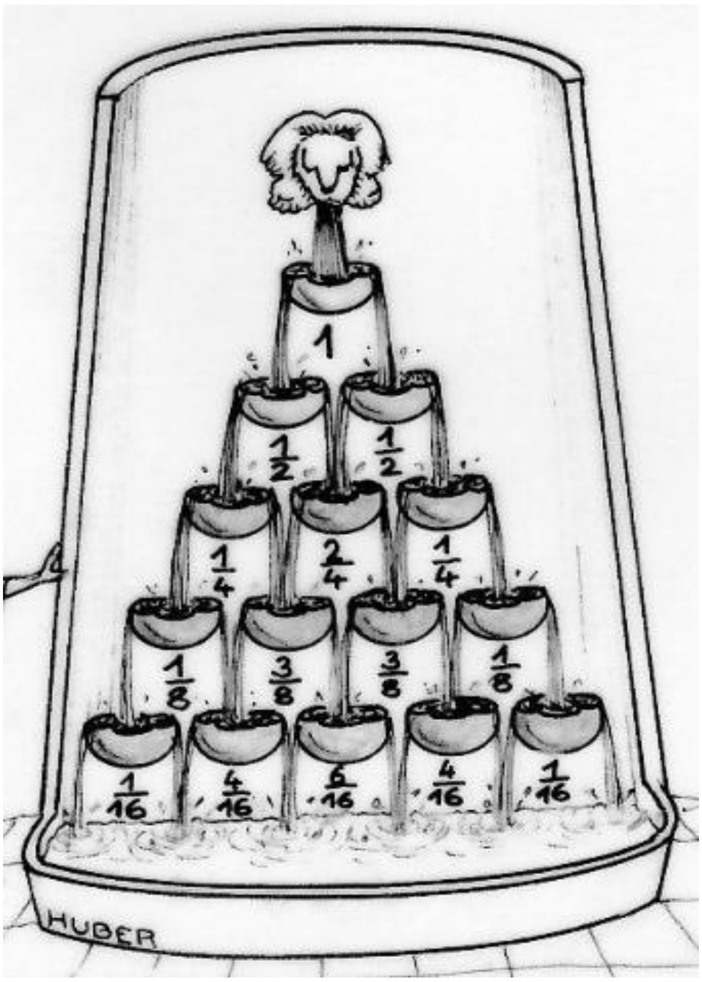
$\boldsymbol{7^3=343\ cm^3.}$

Questão 8 – A fonte limpa – 5 pontos

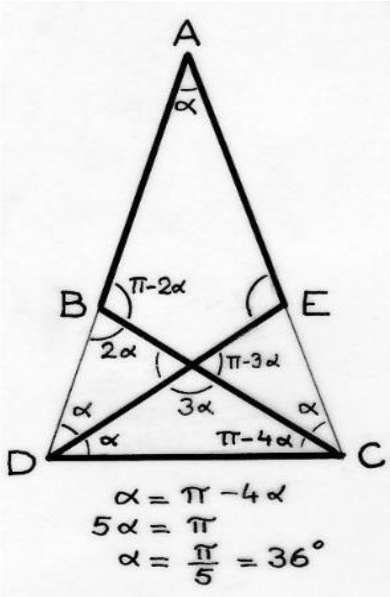
Como a bacia do 1° andar flui 1 m^3, no 2° andar temos $\frac{1}{2}$ m^3 em cada bacia.

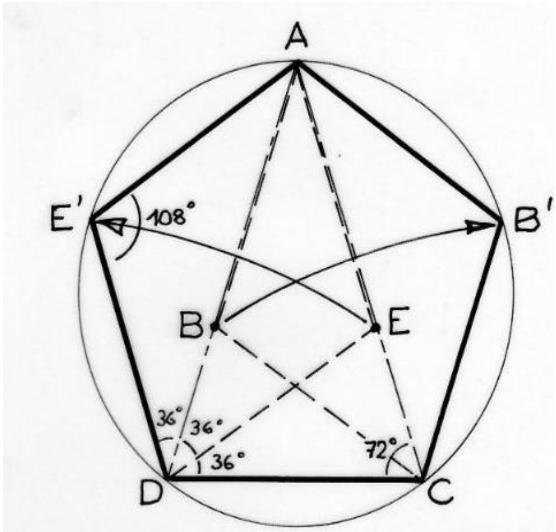
Já no 3° andar na primeira bacia a esquerda e na última bacia a direta temos $\frac{\frac{1}{2}}{2}$, ou seja, $\frac{1}{4}$ m^3. Já na bacia do meio temos, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ m^3.

Continuando com esse racícionio, temos a resposta a seguir.



Questão 9 – Palitos de Hashi – 7 pontos





Pentágono regular: AB'CDE
Triângulo de ouro: ADC
Triângulos isósceles: AED, ADE', ABC, AB'C

O triângulo ADE é isósceles com $\widehat{ADE} = \widehat{DAC}$ e o triângulo ABC é isósceles com $\widehat{BCA} = \widehat{CAB}$, então temos

$$\hat{A} = \widehat{ADE} = \widehat{BCA} = \alpha$$

No triângulo ABC a soma dos ângulos é 180°, então

$$\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BAC} - \widehat{BCA} = 180 - 2\alpha$$

O ângulo $\widehat{ABD}$ é raso, logo temos

$$\widehat{DBC} = 180 - (180 - 2\alpha) = 2\alpha$$

O triângulo BCD é isósceles, então $\widehat{DBC} = \widehat{BDC} = 2\alpha$ e por isso $\widehat{EDC} = 2\alpha - \alpha = \alpha$.

Da mesma forma no triângulo DEC, temos $\widehat{ECD} = 2\alpha - \alpha = \alpha$.

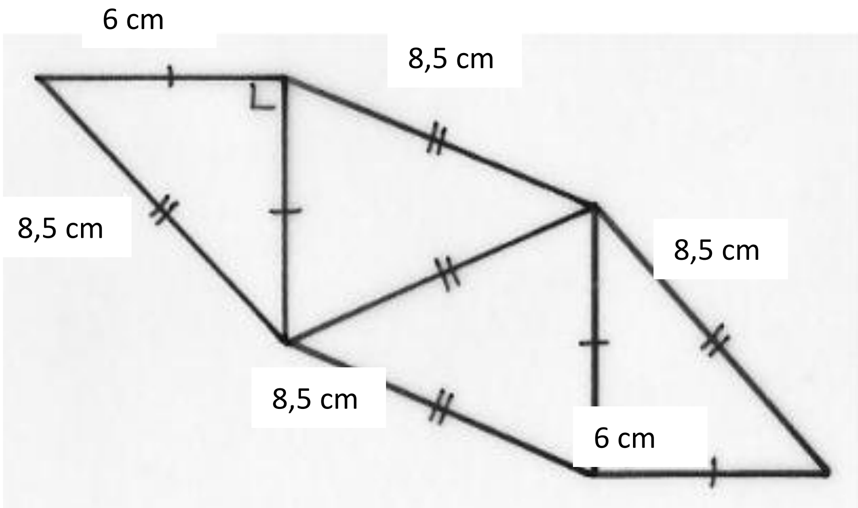
Assim, no triângulo ADC, temos:

$$\alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha = 180$$
$$5\alpha = 180°$$

$$\alpha = \frac{180}{5} = 36°$$

Questão 10 – É outro – 10 pontos

A planificação da terceira pirâmide com medidas reais deve ser como abaixo.

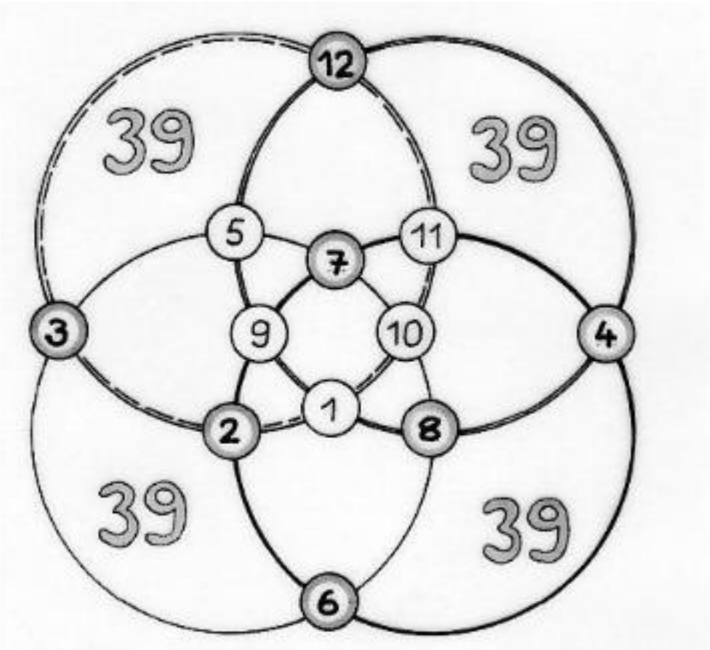


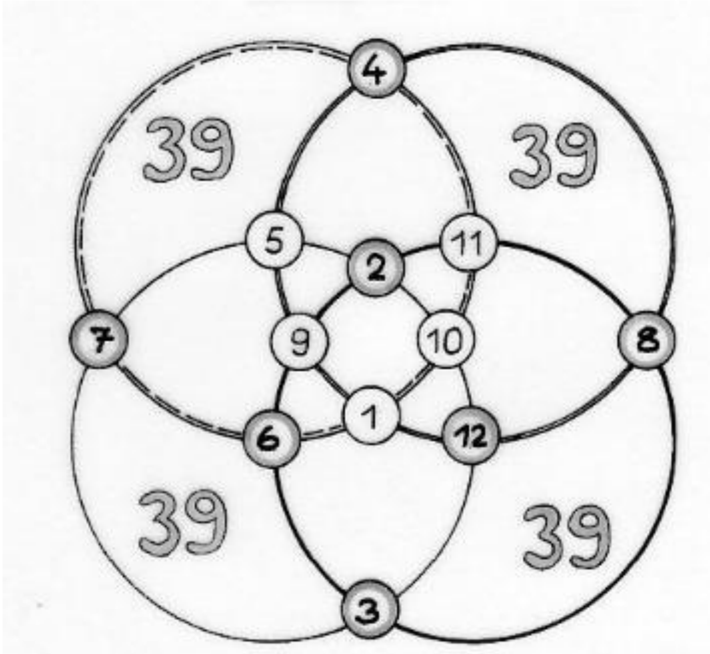
Questão 11 – Alho! – 5 pontos

Seja n o número procurado, deve-se verificar 6n = 30 x 6 + n, portanto **n = 36.**

Esta questão pode ser resolvida com uma tabela simples ou com uma equação.

Questão 12 – Cercado – 7 pontos





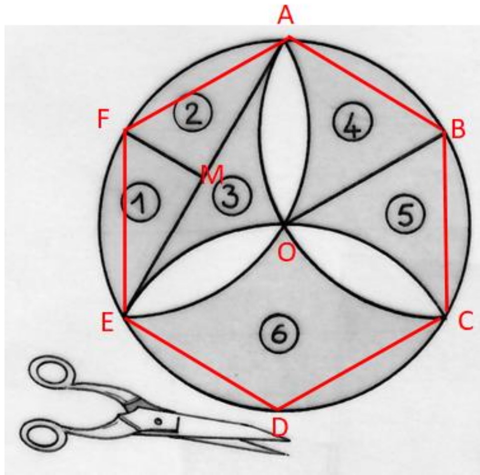
Outra solução: trocar 7 e 6

Outra solução: trocar 2 e 3

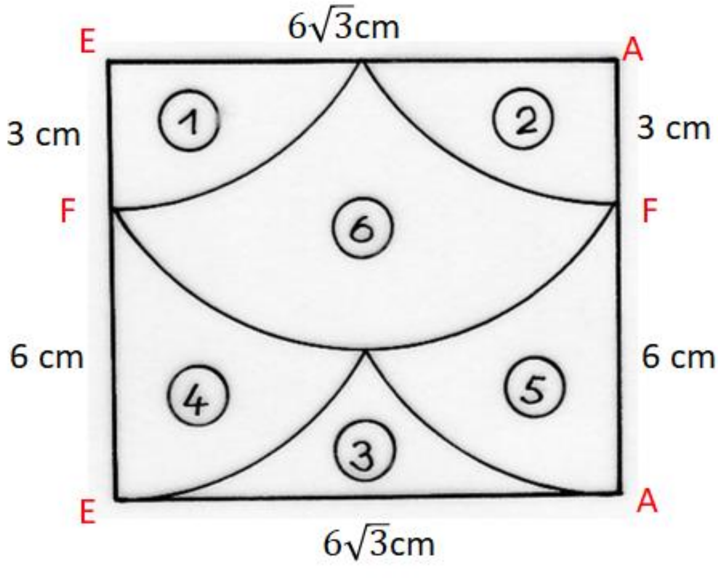
Existem 4 soluções com as permutações citadas.

Questão 13 – Rosácea – 10 pontos

Analisando o hexágono regular, temos que OB é o raio da circunferência, logo OB = 6 cm. E assim, o lado do hexágono regular também é 6 cm. Perceba que FM = 3 cm, logo aplicando Pitágoras no triangulo retângulo FMA temos que: MA = $3\sqrt{3}$ cm e assim EA = $6\sqrt{3}$ cm.



O retângulo que pode ser formado com as seis partes é como abaixo.



Assim as dimensões do retângulo são: 9 cm por $6\sqrt{3}$ cm.

E logo a área do retângulo é:

$$9 \times 6\sqrt{3} = 54\sqrt{3} \ \approx 93{,}53\ cm^2$$